

HC bis

Jean-Jacques Lévy

30 Mai 2002

Avertissement La rédaction doit être claire, concise et précise.

Soit $n \geq 0$ un entier. On représente un sous-ensemble X de l'ensemble $E = \{0, \dots, n-1\}$ par la liste chaînée de ses éléments en ordre croissant. On dira aussi que X est une partie de E . Une classe déclarée **Partie** correspond à ces listes.

Question 1 Définir la classe **Partie**.

Question 2 Ecrire la fonction **Partie union** (**Partie** x , **Partie** y) qui calcule l'union des parties X et Y . Donner la complexité de cette fonction.

On considère une relation binaire R sur E et son graphe associé, c'est-à-dire le sous-ensemble de $E \times E$ des paires d'entiers vérifiant la relation

$$\text{graphe}(R) = \{(i, j) \mid i R j, i \in E, j \in E\}$$

Supposons donné un ensemble de relations c_1, c_2, \dots, c_k de graphes X_1, X_2, \dots, X_k donnés. Alors on considère une algèbre de termes r, s, t, \dots , représentant des relations binaires. Un terme r ou s est défini récursivement par :

$$\begin{array}{l} r, s ::= r + s \quad \text{union} \\ \quad \mid rs \quad \text{composition} \\ \quad \mid r^{-1} \quad \text{inverse} \\ \quad \mid c_i \quad \text{graphe donné} \end{array}$$

Plus précisément, si r et s sont deux termes qui représentent les relations de graphes X et Y , alors $r + s$ représente la relation de graphe $X \cup Y$. De même la composition rs représente la relation de graphe $\{(i, j) \mid \exists k \in E, (i, k) \in X, (k, j) \in Y\}$. Enfin r^{-1} a pour graphe $\{(i, j) \mid (j, i) \in X\}$.

Question 3 Définir la classe abstraite **Relation** et ses sous-classes **Union**, **Composition**, **Inverse**, et **Graphe**. (La classe **Graphe** utilisera la représentation creuse des graphes par un tableau des listes de successeurs de chaque sommet i , vue dans le cours.)

Question 4 Définir dans ces classes une méthode **Graphe graphe()** telle que $r.\text{graphe}()$ calcule le graphe de la relation r . En donner sa complexité. (On utilisera la programmation par objets).

Question 5 Si r est la relation de graphe R , on considère une nouvelle construction r^* de graphe $\sum_{i=0}^{\infty} R^i$, et sa classe correspondante **Etoile**. L'algèbre des relations devient :

$$\begin{array}{l} r, s ::= \dots \quad \text{comme avant} \\ \quad \mid r^* \end{array}$$

Que devient alors la méthode **graphe()**? Ecrire la fonction correspondante. Quelle est sa complexité?