Contrôle continu n° 2

Informatique Fondamentale (IF121) — groupe B13

17 décembre 2003

- Durée : 50 min.
- La notation tiendra compte de la clarté et la présentation des programmes.
- Les deux exercices sont indépendants, ils peuvent être traités dans l'ordre de votre choix.

Exercice 1 : Logarithme binaire

On appelle *logarithme binaire entier* d'un entier strictement positif n le nombre entier k tel que $2^k \leq n < 2^{k+1}$. De manière équivalente, k est le plus grand entier tel que $2^k \leq n$. (On admettra que ces propriétés sont équivalentes et caarctérisent un même entier unique.) On note $\mathrm{lbe}(n)$ ce nombre. On convient que $\mathrm{lbe}(0) = -1$.

(a) Écrire une méthode `logarithmeBinaire`, qui prend comme argument un entier naturel n, et qui renvoie son logarithme binaire entier.

(b) Démontrer que la valeur renvoyée par la méthode que vous avez écrite est bien le logarithme binaire entier de l'argument. (Il faudra bien sûr formuler et démontrer un invariant pour la boucle.)

(c) Démontrer la terminaison de la boucle écrite en *(a)*.

Exercice 2 : Suite de Syracuse

Soit x un entier naturel. On appelle suite de Syracuse partant de x la suite d'entiers définie par :

$$\begin{cases} u_0 = x & \\ u_{n+1} = u_n/2 & \text{si } u_n \text{ est pair} \\ u_{n+1} = 3u_n + 1 & \text{si } u_n \text{ est impair} \end{cases}$$

On constate que s'il existe un rang n tel que $u_n = 1$, alors $u_{n+1} = 4$, $u_{n+2} = 2$ et $u_{n+3} = 1$: la suite devient cyclique de période 3. On conjecture que pour tout entier naturel x, il existe un rang n tel que $u_n = 1$. Le plus petit n tel que $u_n = 1$ est appelé durée de vol du nombre x.

(a) Écrire un programme qui lit un entier x et qui affiche sa durée de vol.

(b) On appelle hauteur de vol de x le plus grand terme u_k atteint lors du calcul de la durée de vol. Modifier le programme précédent pour qu'il affiche la hauteur de vol en plus de la durée de vol. (Si vous traitez cette question, il n'est pas nécessaire de remettre un programme séparé pour la question *(a)*.)